

Визуализация геомагнитных вариаций в частотно-временной области информационного сигнала

А.В. Воробьев¹, Г.Р. Воробьева²

Уфимский государственный авиационный технический университет

¹ ORCID: 0000-0002-9680-5609, geomagnet@list.ru

² ORCID: 0000-0001-7878-9724

Аннотация

Современной наукой установлены и активно изучаются многочисленные негативные эффекты воздействия космической среды на объекты народного хозяйства, наиболее ярко проявляющиеся в периоды так называемых магнитных бурь. При этом, хотя в некоторых работах и предлагаются варианты графического отображения геомагнитного поля внутриземных источников, вопрос об информативной визуализации геомагнитных вариаций до сих пор остается открытым. В настоящей работе реализуется подход к визуализации геомагнитных вариаций в частотно-временной области информационного сигнала, в основе которого лежит дискретное вейвлет-преобразование. Приводятся, анализируются и обсуждаются результаты визуализации как солнечно-суточных, годовых, сезонных, 11-летних и вековых вариаций геомагнитного поля, так и вариаций, по своей природе связанных с непосредственным воздействием солнечных корпускулярных потоков на магнитосферу Земли.

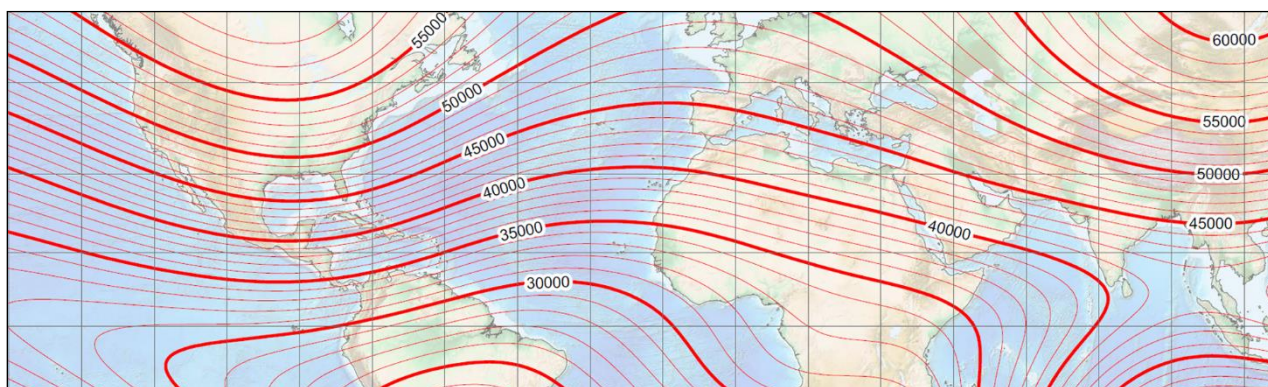
Ключевые слова: научная визуализация, геомагнитное поле, магнитосфера, геомагнитные вариации, вейвлет-преобразование.

1. Введение

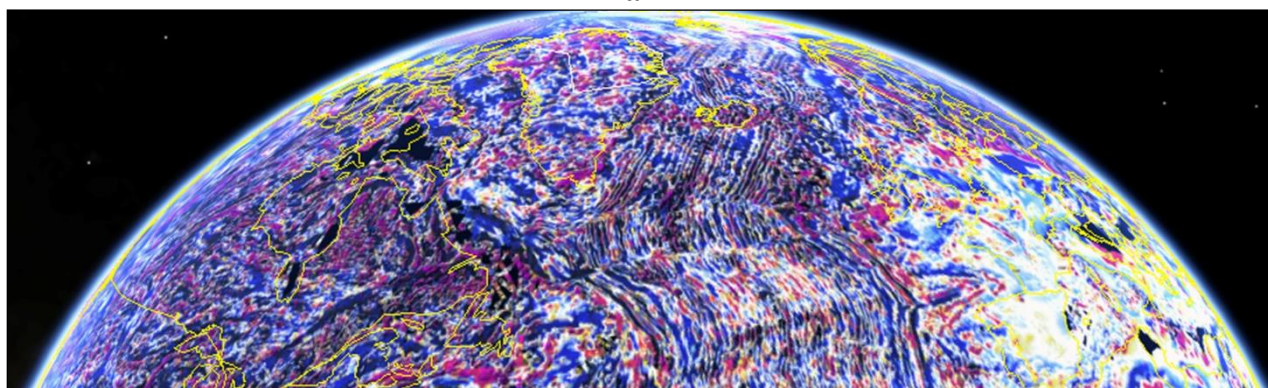
В настоящее время установлены и активно изучаются многочисленные негативные эффекты воздействия космической среды на объекты народного хозяйства, наиболее ярко проявляющиеся в периоды так называемых магнитных бурь. Особого внимания среди таких эффектов заслуживают магнитное торможение спутников и спутниковые аномалии; нарушение коротковолновой радиосвязи; дополнительные погрешности прецизионной магнитометрической аппаратуры; радиационное воздействие на биологические объекты, находящиеся в верхних слоях атмосферы, токовые наводки в трубопроводах, трансокеанских кабелях, системах автоматики высокоширотных железных дорог. Кроме этого, во время геомагнитных возмущений наблюдают разогрев верхней атмосферы и передачу теплоты вниз, в тропосферу, что способствует развитию в ней циркуляционных движений и возникновению циклонов [1]–[4].

Проблема мониторинга параметров геомагнитного поля (ГМП) и его вариаций на сегодняшний день решается преимущественно посредством магнитных обсерваторий, аэромагнитных, гидромагнитных съемок, спутниковых и подземных скважинных наблюдений, а также с помощью портативных магнитометров различного принципа действия и динамического диапазона. Получаемые таким образом данные, как правило, представляются в виде текстовых файлов, баз данных, графиков временных рядов или индексов геомагнитной активности. [5]

Хотя в некоторых работах ([6]–[7] и др.) предлагаются варианты визуализации геомагнитного поля внутриземных источников и постоянных геомагнитных аномалий (рис. 1), в них не затрагиваются вопросы, касающиеся способов графического отображения геомагнитных вариаций, что в определенной степени усложняет исследования, проводимые в соответствующей предметной области (геофизика, солнечно-земная физика и др.).



а



б

Рис. 1. Визуализация характера распределения полного вектора геомагнитного поля внутриземных источников (главного поля) по поверхности Земли по состоянию на 2015 г (а) и постоянных геомагнитных аномалий по поверхности Земли (б)

2. Геомагнитные вариации

Как известно, геомагнитное поле на поверхности Земли является суммой нескольких полей, имеющих различную природу:

$$B_T = B_1 + \delta B \quad \text{или} \quad B_T = (B_0 + B_a) + \delta B, \quad (1)$$

где B_1 – геомагнитное поле внутриземных источников; B_0 – главное поле; B_a – поле земной коры, являющееся полем магнетизма горных пород; δB – поле геомагнитных вариаций [7].

Под геомагнитными вариациями, как правило, понимают изменения магнитного поля Земли во времени в результате различных факторов. Одним из таких факторов является солнечный ветер – поток ионизированных частиц преимущественно гелиево-водородной плазмы, радиально истекающий из солнечной короны со скоростью 300–1200 км/с в окружающее космическое пространство. Помимо ключевой роли в формировании структуры магнитосферы Земли, данное природное явление является причиной возникновения магнитных (геомагнитных) бурь – сильных возмущений геомагнитного поля, возникающих, как правило, вследствие солнечных вспышек, искажающих параметры невозмущенной магнитосферы и длящихся от нескольких часов до нескольких суток (табл. 1).

В общем случае, согласно современным представлениям, геомагнитная буря – возмущенная вариация, включающая в себя начальную фазу длительностью 1–6 часов, характеризующуюся резким возрастанием напряженности ГМП вследствие сжатия магнитосферы солнечным ветром, главную фазу длительностью 3–12 часов, определяющуюся общей тенденцией к уменьшению значения горизонтальной состав-

ляющей вектора поля в течение нескольких часов, и фазу восстановления, длящуюся от нескольких часов до нескольких суток и характеризующуюся возрастанием горизонтальной составляющей вектора поля до исходного значения.

Что же касается спокойных (периодических) геомагнитных вариаций, то здесь первостепенно следует отметить солнечно-суточные вариации (*Sq*-вариации), наблюдаемые в виде плавного изменения всех элементов ГМП и по своей природе связанные с изменением положения точки наблюдения относительно стационарной солнечно-магнитосферной системы координат, а также лунно-суточные вариации (*L*-вариации), порождающиеся циклическими вариациями ионосферного электричества, происходящими под воздействием суточных лунных приливов и коррелирующими с периодом (24 ч 50 мин 28 с) и полупериодом лунных суток [8]–[9]. При этом амплитуда лунно-суточных вариаций обычно составляет несколько нТл.

Кроме этого, существование отдельных долгоживущих активных областей на Солнце определяет 27-дневные вариации ГМП, природа которых, очевидно, заключается в том, что наиболее активные области Солнца выбрасывают солнечную плазму в окружающее пространство не радиально, а направленно, что при условии сохранения этими областями своей активности в течение нескольких солнечных оборотов создает коррелирующую с синодическим периодом Солнца (27–28 суток) периодичность вариаций ГМП.

В свою очередь, среднемесячные величины магнитной активности, полученные путем обработки наблюдений за несколько лет, указывают на ясно выраженную сезонную зависимость. При этом амплитуда сезонных вариаций увеличивается с ростом общей магнитной активности. Установлено, что сезонные вариации магнитной активности имеют два максимума, соответствующие периодам равноденствия, и два минимума, соответствующие периодам солнцестояния. Причиной этих вариаций является образование активных областей на Солнце, которые группируются в зонах от 10 до 30° северной и южной гелиографических широт, отсчитываемых от плоскости эклиптики.

11-летние вариации ГМП по своей природе связаны с периодом смены полярности Солнца и вариациями значений числа Вольфа – числового показателя количества пятен на Солнце. Аналогичной природой обладают и 22-летние вариации (два 11-летних цикла с противоположной полярностью). Следует отметить, что 11 лет является усредненным значением периода геомагнитных вариаций (ГМВ), поскольку известны такого рода процессы, период которых составлял от 8 до 14 лет [10].

Вековые вариации элементов ГМП имеют период от нескольких лет и более. В отличие от суточных, сезонных и других вариаций внешнего происхождения, вековые вариации связаны с источниками, лежащими внутри земного ядра. Амплитуда вековых вариаций достигает десятков нТл/год, изменения среднегодовых значений таких элементов, названы вековым ходом. Вековой ход не остается величиной постоянной, меняясь от места к месту и от эпохи к эпохе.

Также имеет смысл здесь упомянуть короткопериодные вариации ГМП или так называемые геомагнитные пульсации, характеризующиеся квазипериодической структурой и занимающие диапазон частот от 1 мГц до 5 Гц (табл. 1). Отдельные виды геомагнитных пульсаций носят названия «жемчужины», «гидромагнитные шипения» и т. п. [11].

Таблица 1

Короткопериодные вариации ГМП

Тип вариации	Обозначение	Примерный период колебаний	Амплитуда магнитной индукции, нТл
Устойчивые	Pc1	0,2–5 с	0,01–1
	Pc2	5–10 с	0,1–10
	Pc3	10–45 с	0,4–20
	Pc4	45–150 с	0,5–25
	Pc5	150–600 с	0,5–40
	Pc6	> 600 с	1–100
Иррегулярные	Pi1	1–40 с	0,03–2
	Pi2	40–150 с	1–20
	Pi3	150–400 с	5–100
	Pi4	400–600 с	10–300

Обобщая вышесказанное отметим, что структура и динамика геомагнитных возмущений достаточно сложны и до сих пор изучены недостаточно полно, однако некоторые их параметры твердо установлены, в результате чего допустимо принять, что поле ГМВ есть суперпозиция следующих элементов:

$$\delta B = S + L + DP + DR + DCF + DT, \quad (2)$$

где S – регулярная часть поля, возникающая из-за волнового излучения Солнца (ее статистическая аналогия – S_q -вариация: токовая система, развивающаяся на освещенной стороне Земли); L – регулярная часть поля, возникающая из-за лунных приливов в верхней атмосфере, статистически выделяемая методом наложения этих эпох по возможно большему периоду наблюдения; DP – нерегулярная часть поля, возникающая из-за корпускулярного излучения Солнца (ее статистическая аналогия – S_d -вариация: токи развиваются в виде электроструй в зоне полярных сияний); DR – поле кольцевого тока, существенно усиливающегося в период магнитных бурь планетарного масштаба, его аналогия – главная фаза в D_{st} -вариации: токи развиваются во внешней части радиационных поясов Земли; DCF – нерегулярная часть поля, возникающая из-за токов на поверхности магнитосферы при обтекании ее солнечным ветром (ее статистическая аналогия – начальная фаза D_{st} -вариации); DT – поле токов хвоста магнитосферы, определяемое движением плазмы, статистической аналогии не имеет и является наименее изученной составляющей ГМВ [2], [8].

Вклад каждого из перечисленных в выражении (2) слагаемых существенно зависит от времени суток, сезона, географической и геомагнитной широт наблюдения, а также от состояния околоземного космического пространства. Однако можно сказать, что части S , DP и DR являются основными. В качестве примера на рис. 1 и 2 приведены соответственно магнитограмма полного вектора ГМП за 2016 г. и представлен его энергетический спектр, полученный в результате Фурье-преобразования исходного временного ряда (рис. 2) за вычетом его постоянной составляющей.

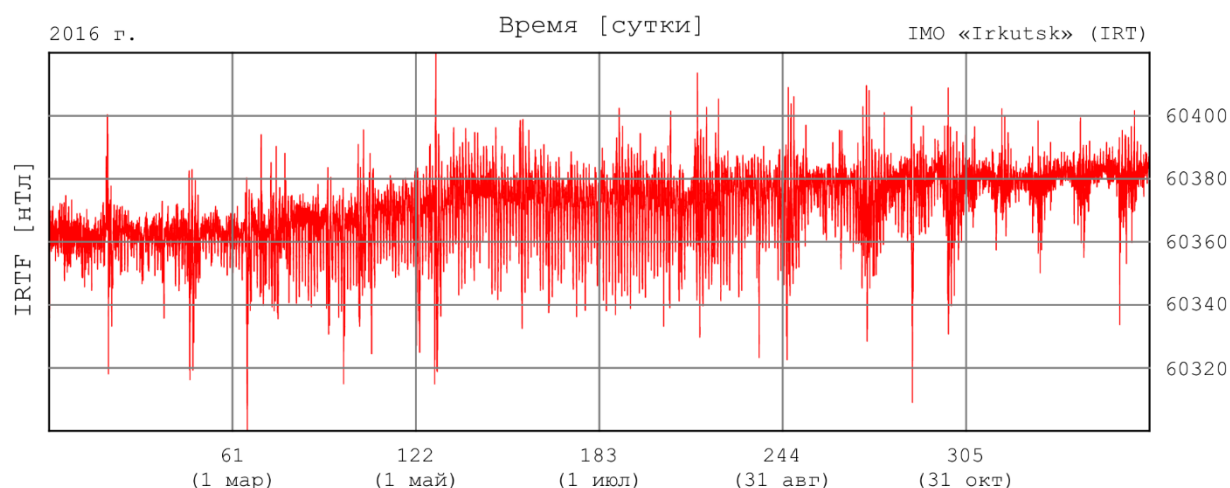


Рис. 2. Вариации полного вектора магнитного поля по данным магнитной обсерватории «Irkutsk» (IRT) за 2016 г.

Так, на рис. 3 можно наблюдать периоды спокойных вариаций: S_q -вариации (T_1 , T_3 , T_5), L -вариации (T_1 , T_3 , T_5), 27-дневные и сезонные вариации.

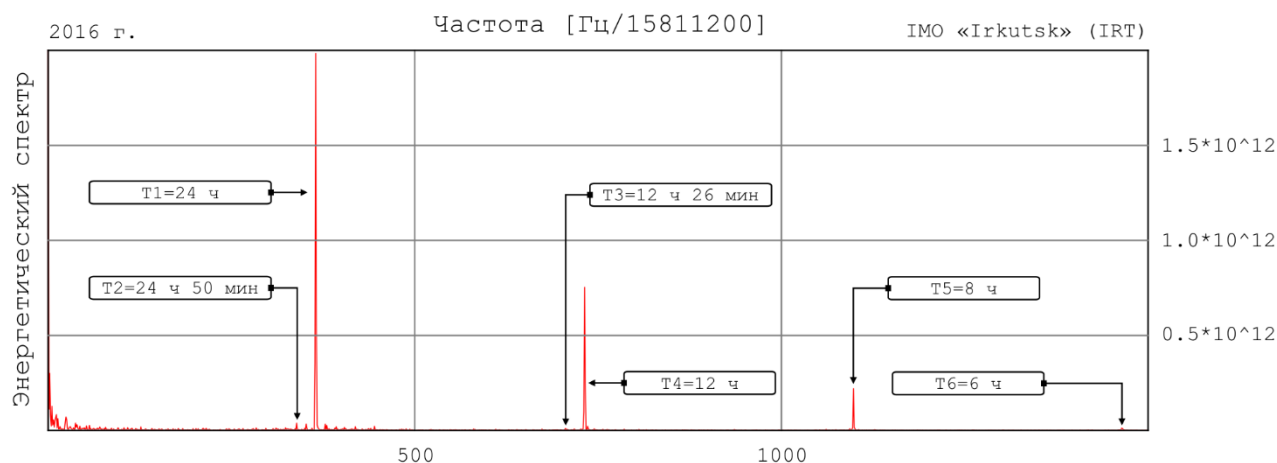


Рис. 3. Энергетический спектр информационного сигнала, представленного на рис. 1

Здесь следует отметить, что Фурье-преобразование (рис. 3) отображает весьма общие сведения о частотах исследуемого информационного сигнала в целом и не дает представления о локальных свойствах сигнала при быстрых временных изменениях его спектрального состава. Так, преобразование Фурье не отличает стационарный сигнал от нестационарного, так как спектральные коэффициенты вычисляются интегрированием по всему интервалу задания сигнала, что, в свою очередь, делает реализованный таким образом подход к визуализации возмущенных и короткопериодных ГМВ практически неэффективным.

Решить данную проблему можно как за счет применения оконного преобразования Фурье (преобразования Габора), так и за счет вейвлет-преобразования. Однако по сравнению с оконным преобразованием Фурье (преобразованием Габора), где радиусы оконных функций фиксированы во временной и частотной областях, вейвлеты обладают свойством масштабирования и обеспечивают более высокую разрешающую способность при визуализации информационного сигнала [12]–[13].

3. Визуализация геомагнитных вариаций в частотно-временной области информационного сигнала посредством дискретного вейвлет-преобразования

На рис. 4. представлен результат визуализации вариаций полного вектора магнитного поля (IRTF) по данным ресурса INTERMAGNET и магнитной обсерватории «Irkutsk» (IRT) за 2016 г. (<ftp://ftp.intermagnet.org/minute/variation/IAGA2002/2016/>) в частотно-временной области информационного сигнала. Основой синтеза данной графического отображения ГМВ является дискретное вейвлет-преобразование (DWT, от англ. discrete wavelet transformation), описываемое выражением (3).

$$\text{DWT}(a_i, b_j) = \frac{1}{|a_i|^{1/2}} \sum_{k=0}^{N-1} x_k^\circ \psi^* \left(\frac{t_k - b_j}{a_i} \right), \quad (3)$$

где x_k – значение равномерного временного ряда в момент времени $t_k = k\Delta t$ (где Δt – шаг дискретизации, $k=0,1,\dots,N-1$); m – среднее значение временного ряда; N – число элементов ряда; a_i и b_j – дискретные значения коэффициентов масштабирования и сдвига соответственно; $\psi^*((t-b)/a)$ – функция преобразования на базе материнского вейвлета $\psi(t)$.

Чтобы устранить зависимость амплитуд гармонических компонентов от параметра a , выражение (3) имеет смысл переписать в виде:

$$\text{DWT}(a_i, b_j) = \frac{1}{n(a_i, b_j)} \sum_{k=0}^{N-1} x_k^\circ \psi^* \left(\frac{t_k - b_j}{a_i} \right), \quad (4)$$

$$n(a_i, b_j) = \sum_{k=0}^{N-1} \exp \left(-\frac{1}{B} \frac{(t_k - b_j)^2}{a_i^2} \right);$$

где B (в случае МНАТ-вейвлета) равно 2.

Отметим, что результаты, представленные в настоящей работе, получены с применением материнского МНАТ-вейвлета, описываемого выражением (5). Он имеет узкий энергетический спектр, два равных нулю момента (нулевой и первый) и хорошо подходит для анализа сложных сигналов. Однако если задача требует лучшего разрешения в частотной области, в качестве материнского следует выбирать MORLET-вейвлет [12].

$$\psi_{\text{МНАТ}}(t) = (1 - t^2) \exp \left(-\frac{t^2}{2} \right); \quad \hat{\psi}_{\text{МНАТ}}(\omega) = \sqrt{2\pi\omega} \cdot \exp \left(-\frac{\omega^2}{2} \right), \quad (5)$$

где $\psi_{\text{МНАТ}}(t)$ и $\hat{\psi}_{\text{МНАТ}}(\omega)$ – МНАТ-вейвлет и его Фурье-преобразование соответственно.

Таким образом, на рис. 3 хорошо различимы как описанные ранее 27-дневные ГМВ, так и иррегулярные ГМВ со средней продолжительностью от 3 до 12 суток – магнитные бури (рис. 3). Далее, на рис. 4 представлены увеличенные (по времени и частоте) фрагменты рассматриваемого здесь графического отображения, отражающие характер протекания в частотно-временной области некоторых магнитных бурь, имевших место в течение 2016 г.

Результаты визуализации получены посредством языка программирования Python с использованием прикладных библиотек с открытым кодом matplotlib и scipy (модуль signal).

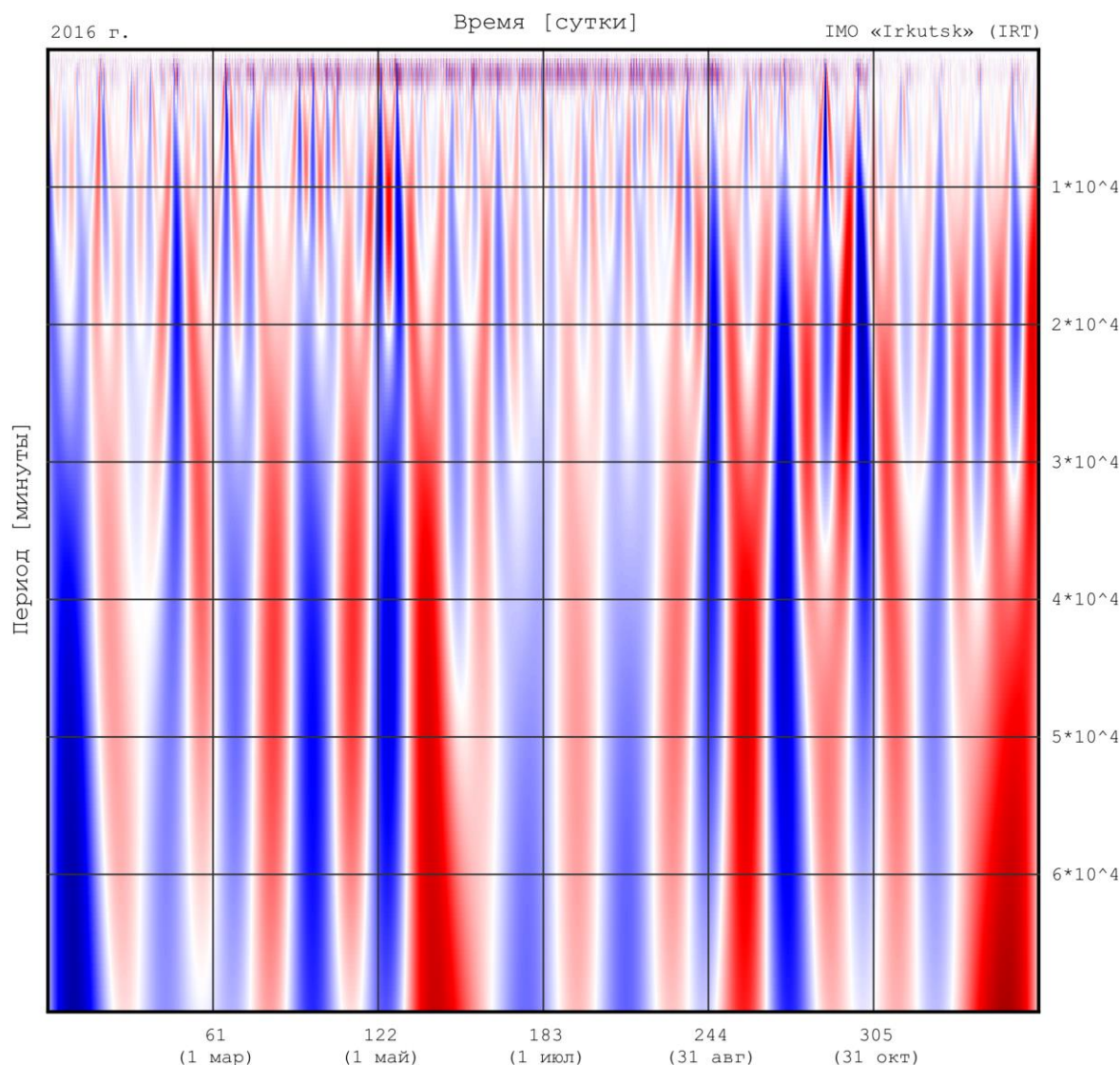


Рис. 4. Визуализация IRTF (минутные данные) за 2016 г. в частотно-временной области информационного сигнала (интенсивности цветов соответствуют уровню геомагнитной активности)

Так, благодаря реализованному на базе DWT подходу к визуализации ГМВ (в частотно-временной области) на протяжении всего периода наблюдения геомагнитной активности хорошо различимы ее доминантные составляющие: невозмущенные S_q -вариации с периодом 24 ч (1440 мин); возмущения, связанные с непосредственным воздействием солнечных корпускулярных потоков – DP-вариации (согласно классификации Чепмена-Бартельса – S_d -вариации [8]), DR-вариации – синфазные возмущения по классификации М. Боброва [14], статистически соответствующие главной фазе D_{st} -вариаций (например, 16 февраля, рис. 5, а; 8 мая, рис. 5, б; и т. д.).

Кроме этого, данный подход к визуализации ГМВ позволяет различать как геомагнитные бури с внезапным началом – так называемые SC-бури (рис. 4 б, г), так и бури с постепенным началом (рис. 5 а, в), а также выделять характерные для данного типа ГМВ начальную фазу, главную фазу и фазу восстановления [8]–[9].

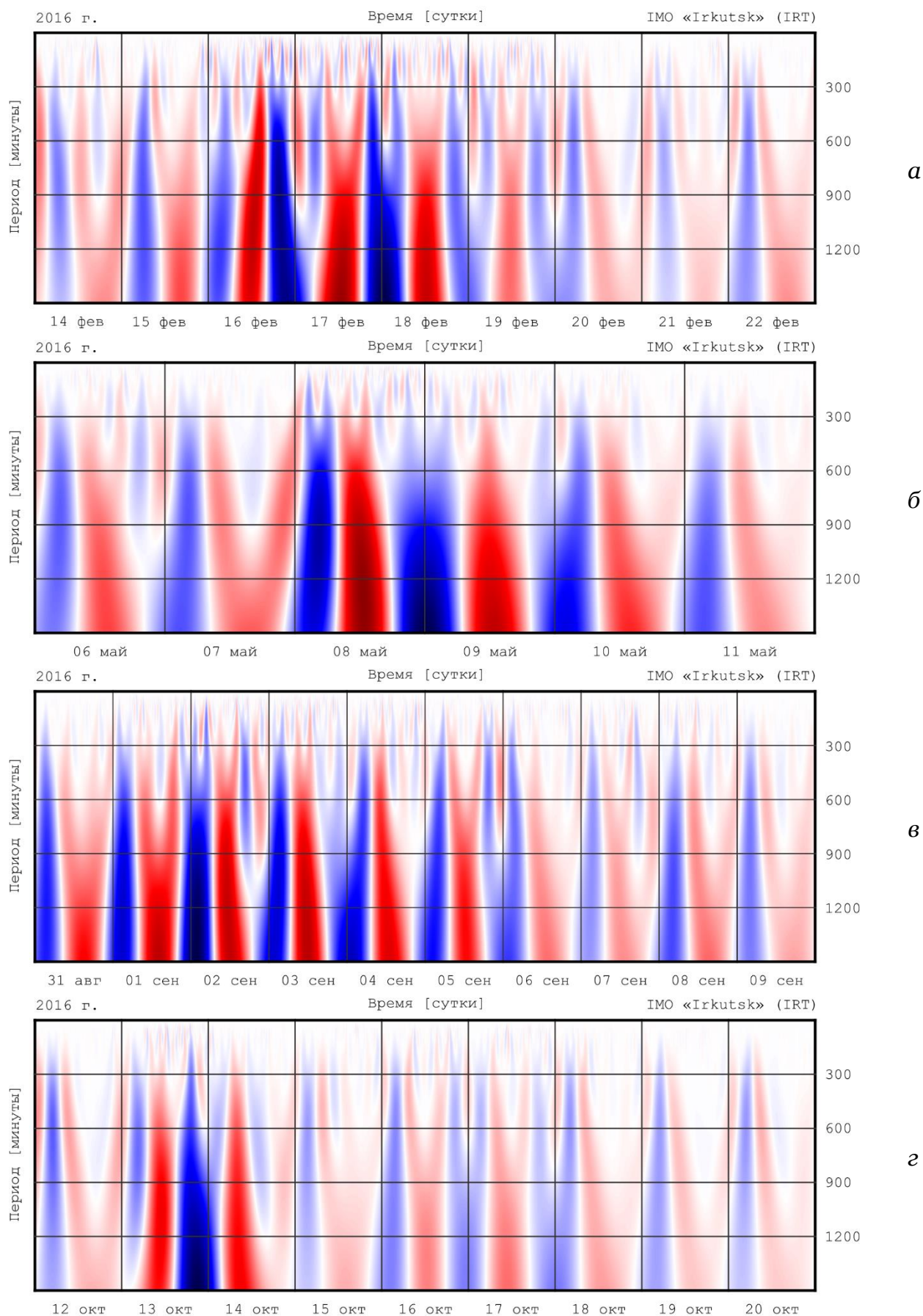


Рис. 5. Увеличенные фрагменты результата визуализации IRTF (минутные данные) за 2016 г. (интенсивности цветов соответствуют уровню геомагнитной активности)

Отдельно следует выделить и то, что, изучая увеличенные фрагменты результатов визуализации ГМВ в частотно-временной области (некоторые из которых были представлены на рис. 5), было установлено, что в период начальной фазы магнитной бури частотный спектр ГМВ несколько смещается в область верхних частот и далее медленно восстанавливает свои значения в течение фазы восстановления.

На рис. 6 (в качестве примера) представлен результат визуализации ГМВ за 20 лет (с 1997 г. по 2016 г.), на котором хорошо прослеживаются ранее упомянутые годовые, сезонные, вековые и 11-летние вариации магнитного поля Земли. Результат визуализации, представленный на рис. 5, получен на основе данных по планетарным (3-часовым) индексам геомагнитной активности, опубликованных Национальным управлением океанических и атмосферных исследований США (NOAA): <ftp://ftp.swpc.noaa.gov/pub/warehouse>.

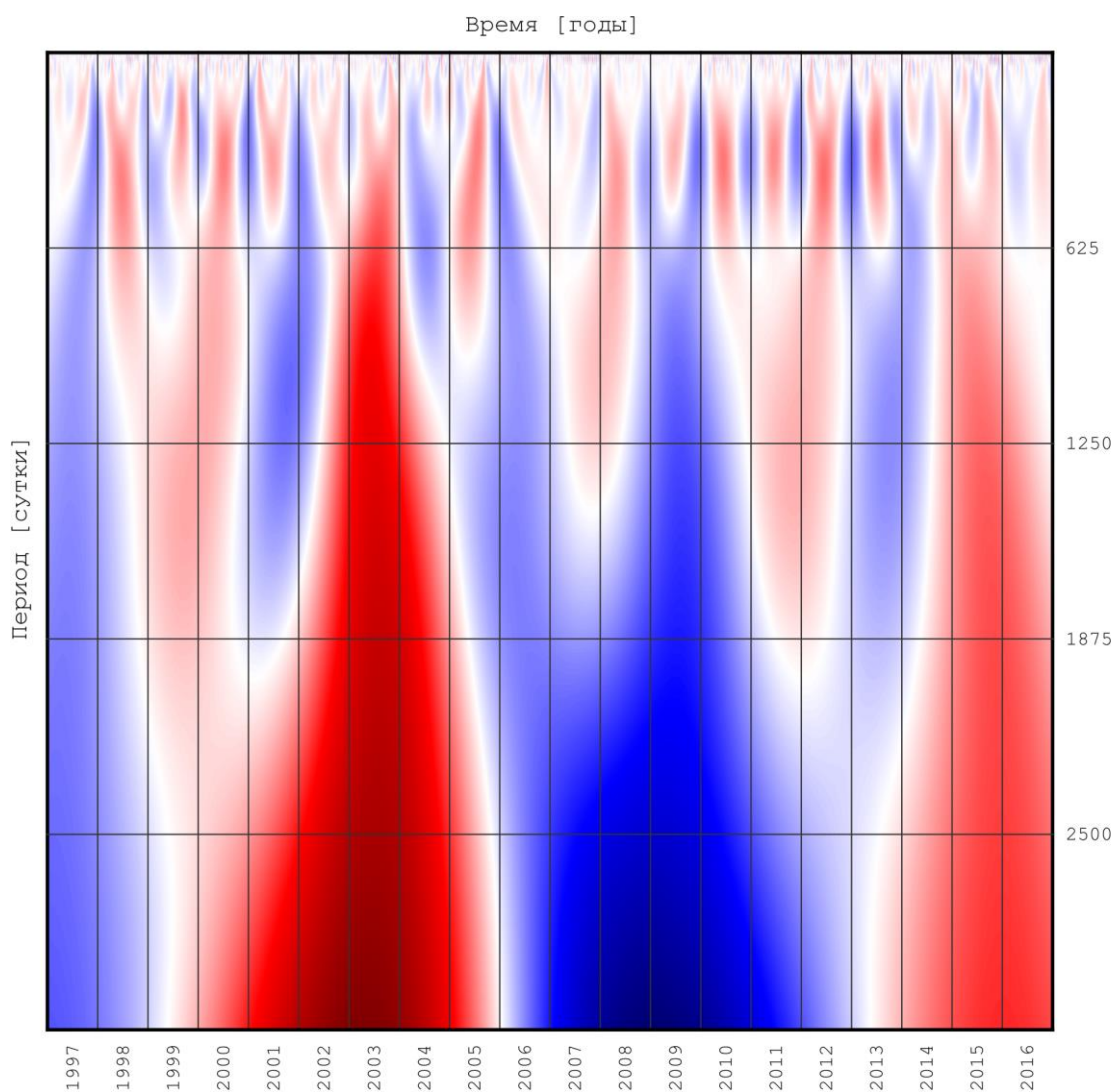


Рис. 6. Частотно-временная визуализация ГМВ за период с 1997 по 2016 гг (по данным планетарных индексов геомагнитной активности, опубликованных Национальным управлением океанических и атмосферных исследований США) (интенсивности цветов соответствуют амплитудам положительных (красный) и отрицательных (синий) полуволн составляющих гармонического спектра и отражают уровень геомагнитной активности в данной частотно-временной области)

DWT-визуализация ежесекундных данных вариаций параметров ГМП, в свою очередь, расширит возможности для анализа ряда короткопериодных вариаций ГМП, таких как жемчужины, гидромагнитные шипения и др.

4. Заключение

Таким образом, в настоящей работе предложен, реализован и продемонстрирован подход к визуализации различного рода ГМВ посредством дискретного вейвлет-преобразования. Показано, что в результате графического отображения вейвлет-преобразования временных рядов геомагнитных данных хорошо различимы как спокойные (периодические), так и возмущенные ГМВ, читаются фазы развития магнитных бурь, а также проявляются их классификационные признаки.

Кроме того, DWT-визуализация возмущенных геомагнитных вариаций позволила установить, что в период начальной фазы магнитной бури частотный спектр описывающего ее информационного сигнала (например, полный вектор магнитного поля) несколько смещается в область верхних частот и далее медленно восстанавливает свои значения в течение фазы восстановления.

Список литературы

1. Солнечно-земные связи и космическая погода, под редакцией А. А. Петруковича // Плазменная гелиогеофизика. – Т. 2. – М.: Наука, 2008. – С. 175–257.
2. Амиантов, А. С. Вариации магнитного поля Земли. База цифровых данных магнитных обсерваторий России за 1984–2000 годы на CD-ROM / А. С. Амиантов, А. Н. Зайцев, В. И. Одинцов, В. Г. Петров. – Москва: ИЗМИРАН, 2001.
3. Бинги, В. Н. Физические проблемы действия слабых магнитных полей на биологические системы / В. Н. Бинги, А. В. Савин // Успехи физических наук. – 2003. – Т. 173, № 3. – С. 265–300.
4. Воробьев А. В., Воробьева Г.Р. Веб-ориентированная 2D/3D-визуализация параметров геомагнитного поля и его вариаций // Научная визуализация. – 2017. – Т. 9, № 2. – С. 94–101.
5. Воробьев А.В., Воробьева Г.Р. Корреляционный анализ геомагнитных данных, синхронно регистрируемых магнитными обсерваториями INTERMAGNET // Геомагнетизм и аэрономия. 2018. Т. 58, № 2. С. 178–184.
6. Vorobev, A. V. Application of geobrowsers to 2D/3D-visualization of geomagnetic field / A. V. Vorobev, G. R. Shakirova // 15th International Multidisciplinary Scientific GeoConference SGEM 2015 Conference Proceedings. – 2015. – Book 2, Vol. 1. – P. 479–486.
7. ГОСТ 25645.126-85. Поле геомагнитное. Модель поля внутриземных источников [Дата введения: 01.01.1987]. – М.: Государственный комитет СССР по управлению качеством продукции и стандартам, 1989. – 23 с.
8. Яновский, Б. М. Земной магнетизм / Б. М. Яновский. – Ленинград: Изд-во Ленинградск. ун-та, 1978. – 592 с.
9. Паркинсон, У. Введение в геомагнетизм / У. Паркинсон. – М.: Мир, 1986. – 528 с.
10. Воробьев, А. В. Метеоинформатика. Геомагнитные вариации и космическая погода / А. В. Воробьев, Г. Р. Воробьева – М.: Инновационное машиностроение, 2017 – 140 с.
11. Троицкая, В. А. Геомагнитные пульсации и диагностика магнитосферы вариаций / В. А. Троицкая, А. В. Гульельми // Успехи физических наук. – 1969. – Т. 97, № 3. – С. 453–494.
12. Витязев, В. В. Вейвлет-анализ временных рядов / В. В. Витязев – СПб.: Изд-во С.-Петербургского университета, 2001 – 58 с.
13. Астафьева, Н.М. Вейвлет-анализ: основы теории и примеры применения / Н. М. Астафьева // Успехи физических наук. – 1996. – Т. 166, № 11. – С. 1146–1170.
14. Бобров, М. С. Общепланетарная картина геомагнитных возмущений корпускулярного происхождения / М. С. Бобров // Солнечные корпускулярные потоки. Результаты МГГ – М., 1961 – № 1 – С. 36–94.

Visualization of geomagnetic variations in time-frequency area of information signal

A.V. Vorobev¹, G.R. Vorobeva²

Ufa State Aviation Technical University

¹ ORCID: 0000-0002-9680-5609, geomagnet@list.ru

² ORCID: 0000-0001-7878-9724

Abstract

The modern science determines and intensively studies multiple negative effects of space environment influence on the objects of the national economy that are most clearly discovered in periods of the so-called magnetic storms. At the same time, although some scientific papers are concerned with options for graphical depicting of the geomagnetic field of intraterrestrial sources, the issue of informative visualization of geomagnetic variations is still open. The paper is concerned with the approach to geomagnetic variations visualization in time-frequency domain of information signal based on discrete wavelet transformation. Also the authors describe and analyze results of visualization of solar-diurnal, annual, seasonal, 11-year and secular variations of geomagnetic field, as well as variations, inherently related to the direct impact of solar corpuscular streams on the Earth's magnetosphere.

Keywords: scientific visualization, geomagnetic field, magnetosphere, geomagnetic variations, wavelet transformation

References

1. Solar-terrestrial connections and space weather, edited by A.A. Petrukovich // Plasma heliogeophysics. – Vol. 2. – Moscow: Nauka, 2008. – P. 175–257. (in Russian)
2. Amiantov A. S., Zaitsev A. N., Odintsov V. I., Petrov V. G. Variations of the Earth's magnetic field. Database of digital data of magnetic observatories of Russia for 1984-2000 on CD-ROM – Moscow: IZMIRAN, 2001. (in Russian)
3. Bingi V. N., Savin A. V. Physical problems of the action of weak magnetic fields on biological systems // Advances in Physical Sciences. – 2003. – Vol. 173, No. 3. – P. 265–300. (in Russian)
4. Vorobev A. V., Vorobeva G. R. Web-oriented 2D/3D-visualization of geomagnetic field and its variations parameters // Scientific visualization. – 2017. – Vol. 9, No.2. – P. 94-101.
5. Vorobev A. V., Vorobeva G. R. Correlation analysis of geomagnetic data synchronously recorded by the INTERMAGNET magnetic laboratories // Geomagnetism and aeronomy. – 2018, Vol. 58, No. 2. – P. 187–193.
6. Vorobev A. V., Shakirova G. R. Application of geobrowsers to 2D/3D-visualization of geomagnetic field // 15th International Multidisciplinary Scientific GeoConference SGEM 2015 Conference Proceedings. – 2015. – Book 2, Vol. 1. – P. 479–486.
7. GOST 25645.126-85. The geomagnetic field. Model of intraterrestrial sources field. – Moscow: State Committee of the USSR for the management of product quality and standards, 1989. – 23 p. (in Russian)
8. Yanovsky B. M. Earth magnetism. – Leningrad: Leningrad university publishing, 1978. – 592 p. (in Russian)
9. Parkinson U. Introduction into geomagnetism. – Moscow: Mir, 1986. – 528 p. (in Russian)
10. Vorobev A. V., Shakirova G. R. Meteorinformatics. Geomagnetic variations and space weather. – Moscow: Innovacionnoe mashinostroeniye, 2017 – 140 p. (in Russian)

11. Troickaya V. A., Guglielmi A. V. Geomagnetic pulsations and diagnostics of the variations magnetosphere // Advances in Physical Sciences. – 1969. – Vol. 97, No. 3. – P. 453–494. (in Russian)
12. Vityazev V. V. Wavelet analysis of time series – Saint-Petersburg: Publishing house of St. Petersburg University, 2001 – 58 p.
13. Astafeva N. M. Wavelet analysis: the foundations of the theory and examples of applications // Advances in Physical Sciences. – 1996. – Vol. 166, No. 11. – P. 1146–1170. (in Russian)
14. Bobrov M .S. General planetary picture of geomagnetic disturbances of corpuscular origin // Solar corpuscular streams. Results of the IGY. Moscow, 1961 – No. 1 – P. 36–94. (in Russian)